|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | D:\Dokumen Mocher\desktop\logo UMB.jpg | | | | | | |
|  | | **MODUL PERKULIAHAN** | | | | | | |
|  | |  | | | | | | |
|  | | tautologi dan kontradikasi   * Tautologi * Ingkaran konvers, INVERS, DAN KONTRAPOSISI * penyederhaan logika * MODUS PONEN * MODUS TOLLENS | | | | | | |
|  | |  | | | | | | |
|  | |  | | | | | | |
|  | |  | | |  |  |  | |  | | |  |
|  | | **Fakultas** | | | **Program Studi** | **Tatap Muka** | **Kode MK** | | **Disusun Oleh** | | |  |
|  | | Ilmu Komputer | | | Sistem Informasi | **06** | **87004** | | Drs. Sapto Prayogo. M.Kom | | |  |
| **Abstract** | | | | **Kompetensi** | | |
|  | | | |  | | |
| Tautologi adalah suatu bentuk kalimat yang selalu bernilai benar tidak peduli bagaimanapun nilai kebenaran masing-masing kalimat penyusunnya, sebaliknya kontradiksi adalah suatu bentuk kalimat yang selalu bernilai salah, tidak peduli bagaimanapun nilai kebenaran masing-masing kalimat penyusunnya. | | | | Mahasiswa mampu memahami pengertian Memahami bentuk-bentuk tautologi dan kontradikasi serta penarikan kesimpulan secara valid. | | |

**tautologi & kontradikasi**

1. **Tautologi**

Tautologi adalah suatu bentuk kalimat yang selalu bernilai benar (True) tidak peduli bagaimanapun nilai kebenaran masing-masing kalimat penyusunnya, sebaliknya kontradiksi adalah suatu bentuk kalimat yang selalu bernilai salah (False), tidak peduli bagaimanapun nilai kebenaran masing-masing kalimat penyusunnya. Dalam tabel kebenaran, suatu tautologi selalu bernilai True pada semua barisnya dan kontradiksi selalu bernilai False pada semua baris. Kalau suatu kalimat tautologi diturunkan lewat hukum-hukum yang ada maka pada akhirnya akan menghasilkan True, sebaliknya kontradiksi akan selalu bernilai False.Jika pada semua nilai kebenaran menghasilkan nilai F dan T, maka disebut formula campuran (contingent).

Contoh

1. Tunjukkanbahwa**p∨(¬p)**adalahtautologi!

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p | ¬p | p∨(¬p) |
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | T | T |

1. Tunjukkan bahwa **(p∨q) ∨ [(¬p) ∧(¬q)]** adalah tautologi!

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | ¬p | ¬q | p∨q | ¬p ∧¬q | (p∨q) ∨ [(¬p) ∧ (¬q)] |
| T | T | F | F | T | F | T |
| T | F | F | T | T | F | T |
| F | T | T | F | T | F | T |
| F | F | T | T | F | T | T |

1. Tunjukkan bahwa **(p∨q) ∧ [(¬p) ∧(¬q)]** adalah kontradiksi!

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | ¬p | ¬q | p∨q | ¬p ∧¬q | (p∨q) ∧ [(¬p) ∧ (¬q)] |
| T | T | F | F | T | F | F |
| T | F | F | T | T | F | F |
| F | T | T | F | T | F | F |
| F | F | T | T | F | T | F |

4. Tunjukkan bahwa **[(p∧q) ⇒ r] ⇒ p** adalah contingent!

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| p | q | r | p∧q | (p∧q) ⇒ r | [(p∧q) ⇒ r] ⇒ p |
| T | T | T | T | T | T |
| T | T | F | T | T | T |
| T | F | T | F | F | T |
| T | F | F | F | F | T |
| F | T | T | F | T | F |
| F | T | F | F | T | F |
| F | F | T | F | T | F |
| F | F | F | F | T | F |

1. Ingkaran konvers,INVERS, DAN KONTRAPOSISI

Contoh :

Tentukan ingkaran atau negasi konvers, invers, dan kontraposisi dari implikasi berikut.

“Jika suatu bendera adalah bendera RI maka bendera tersebut berwarna merah dan putih”

Penyelesaian

Misal p : Suatu bendera adalah bendera RI

q : Bendera tersebut berwarna merah dan putih

maka kalimatnya menjadi p ⇒ q atau jika menggunakan operator dan maka p ⇒ q ekuivalen(sebanding/≈) dengan ¬p ∨ q. Sehingga

1. Negasi dari implikasi

Implikasi : (p⇒q) ≈¬p ∨ q

Negasinya : ¬(¬p∨q) ≈ p∧¬q

Kalimatnya :“ Suatu bendera adalah bendera RI dan bendera tersebut tidak berwarna merah dan putih”.

1. Negasi dari konvers

Konvers : q⇒p ≈¬q∨p

Negasinya : ¬(¬q∨p) ≈ q∧¬p

Kalimatnya : “Ada/Terdapat bendera berwarna merah dan putih tetapi bendera tersebut bukan bendera RI”.

1. Negasi dari invers

Invers : ¬p ⇒¬q ≈¬(¬p)∨¬q) ≈ p∧¬q

Negasinya : ¬(p∧¬q) ≈¬p∨q

Kalimatnya : “Suatu bendera bukan bendera RI atau bendera tersebut berwarna merah dan putih”.

1. Negasi dari kontraposisi

Kontraposisi : ¬q ⇒¬p ≈¬(¬q)∨¬p ≈ q∨¬p

Negasinya : ¬(q∨¬p) ≈¬q∧p

Kalimatnya : “ Suatu bendera tidak berwarna merah dan putih dan bendera tersebut adalah bendera RI”.

1. formula

Pada tautologi, dan juga kontradiksi, dapat dipastikan bahwa jika dua buah ekspresi logika adalah tautologi, maka kedua buah ekspresi logika tersebut ekuivalen secara logis, demikian pula jika keduanya kontradiksi. Persoalannya ada pada contingent, karena memiliki semua nilai T dan F. Tetapi jika urutan T dan F atau sebaliknya pada tabel kebenaran tetap pada urutan yang sama maka tetap disebut ekuivalen secara logis.

Contoh :

1. Badu tidak pandai, atau dia tidak jujur.

2. AdalahtidakbenarjikaBadupandai dan jujur.

Secara intuitif dapat ditebak bahwa kedua pernyataan di atas sebenarnya sama, tetapi bagaimana jika dibuktikan dengan menggunkan tabel kebenaran berdasarkan ekspresilogika. Pembuktian pernyataan diatas dapat diakukan dengan tahapan berikut.

1. Ubahdahuluargumen di atas kedalambentukekspresi/notasilogika.

Misal : A=Badu pandai

B=Badu jujur

Maka kalimatnya menjadi

1. ¬A∨¬B

2. ¬(A∧B)

2. Buat tabel kebenarannya

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **A** | **B** | **¬A** | **¬B** | **A∧B** | **¬A∨¬B** | **¬(A∧B)** |
| T | T | F | F | T | F | F |
| T | F | F | T | F | T | T |
| F | T | T | F | F | T | T |
| F | F | T | T | F | T | T |

Perhatikan ekspresi di atas!

Meskipun kedua ekspresilogika di atas memiliki nilai kebenaran yang sama, adanilai T dan F, keduanya barudikatakan ekuivalen secara logis jika dihubungkan dengan perangkai ekuivalensi dan akhirnya menghasilkan tautologi.

3. Tambahkan perangkai biimplikasi untuk menghasilkan tautologi

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **¬A∨¬B** | **¬(A∧B)** | **¬A∨¬B ⇔¬(A∧B)** |
| F | F | T |
| T | T | T |
| T | T | T |
| T | T | T |

Jika hasilnya adalah tautologi (bernilai T semua), maka dikatakan bahwa kedua argumen tersebut ekuivalen secara logis.

Selain dengan menggunkan tabel kebenaran, menentukan dua buah argumen adalah ekuivalen secara logis dapat juga menggunakan hukum-hukum ekuivalensi logika yang dapat dilihat pada formula berikut.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Identitas | p∧**1** ≡p | p∨**0** ≡p |
| Ikatan | p∨**1** ≡**T** | p∧**0** ≡**0** |
| Idempoten | p∨p≡p | p∧p≡p |
| Negasi | p∨¬p≡ 1 | p∧¬p≡ 0 |
| Negasi Ganda | ¬¬p ≡p |  |
| Komutatif | p∨q ≡q∨p | p∧q ≡q∧p |
| Asosiatif | (p∨q)∨r ≡p∨(q∨r) | (p∧q)∧r≡p∧(q∧r) |
| Distributif | p∨(q∧r) ≡ (p∨q)∧(p∨r) | p∧(q∨r) ≡ (p∧q)∨(p∧r) |
| De Morgan’s | ¬(p∧q) ≡¬p ∨¬q | ¬(p∨q) ≡¬p ∧¬q |
| Aborbsi | p∧(p∨q) ≡ p | p∨(p∧q) ≡ p |

Contoh :

* 1. Buktikan ekuivalensi kalimat di bawah ini dengan hukum-hukum ekuivalensi.

¬(p∨¬q) ∨ (¬p∧¬q) ≡¬p

Penyelesaian

¬(p∨¬q) ∨ (¬p∧¬q) ≡ (¬p∧¬(¬q)) ∨ (¬p∧¬q)

≡ (¬p∧q) ∨ (¬p∧¬q)

≡¬p ∧ (q∨¬q)

≡¬p ∧ T

≡¬p Terbukti

Dalam membuktikan ekuivalensi p≡q ada 3 macam cara yang bisa dilakukan :

1. P diturunkan terus menerus (dengan menggunakan hukum-hukum ekuivalensi logika yang ada).
2. Q diturunkan terus-menerus (dengan menggunakan hukum-hukum ekuivalensi logika yang ada), sehingga didapat P.
3. P dan Q diturunkan secara terpisah sehingga akhirnya didapat R

Sebagai aturan kasar, biasanya bentuk yang lebih kompleks yang diturunkan ke dalam bentuk yang sederhana. Jadi jika p kompleks amaka aturan (1) yang dilakukan. Sebaliknya jika q yang lebih kompleks maka aturan (2) yang dilakukan. Aturan (3) digunakan jika p dan q sama-sama kompleks.

1. penyederhaan logika

Operasi penyederhanaan menggunakan hukum-hukum ekuivalensi logis. Selanjutnya perhatikan operasi penyederhanaan berikut dengan hukum yang digunakan tertulis di sisi kanannya. Penyederhanaan ekspresi logika atau bentuk-bentuk logika ini dibuat sesederhana mungkin dan sudah tidak dimungkinkan dimanipulasi lagi.

Contoh 1:

¬p ⇒¬(p ⇒¬q)

≡¬p ⇒¬(**¬p ∨¬q**) ingat p⇒q ≡¬p∨q

≡**¬(¬p)**∨¬(¬p ∨¬q) ingat p⇒q ≡¬p∨q

≡ p ∨ (p ∧ q) Hk. Negasiganda dan De Morgan

≡ (p∨p) ∧ (p∨q) Hk. Distributif

≡p∧(p∨q) Hk. Idempoten p∨p≡p

≡p Hk. Absorbsi

Contoh 2:

p∨(p∧q)

≡ (**p∧1**) ∨(p∧q) Hk.Identitas

≡p∧(1∨q) Hk.Distributif

≡ p∧1 Hk.Identitas∨

≡p Hk.Identitas∧

Contoh 3:

(p⇒q) ∧ (q⇒p)

≡ (¬p∨q) ∧ (¬q∨p) ingat p⇒q ≡¬p∨q

≡ (¬p∨q) ∧ (p∨¬q) Hk. Komutatif

≡ [(¬p∨q) ∧p] ∨ [(¬p∨q)∧¬q] Hk. Distributif

≡ [(p∧¬p)∨(p∧q)] ∨ [(¬p∧¬q)∨(q∧¬q)] Hk. Distributif

≡ [0∨(p∧q)] ∨ [(¬p∧¬q)∨0] Hk. Kontradiksi

≡ (p∧q)∨(¬p∧¬q) Hk. Identitas

Operasi penyederhanaan dengan menggunakan hukum-hukum logika dapat digunakan untuk membuktikan suatu ekspresilogika Tautologi, Kontradiksi, maupun Contingent. Jika hasil akhir penyederhanaan ekspresilogika adalah **1**, maka ekspresi logika tersebut adalah **tautologi**. Jika hasil yang diperoleh adalah **0**, berarti ekspresi logika tersebut **kontradiksi**. Jika hasilnya **tidak 0 ataupun 1**, maka ekspresi logikanya adalah **contingent**.

Contoh 1:

[(p⇒q)∧p]⇒q

≡ [(¬p∨q)∧p] ⇒ q ingat p⇒q ≡¬p∨q

≡¬[(¬p∨q)∧p] ∨ q ingat p⇒q ≡¬p∨q

≡ [(p∧¬q)∨¬p] ∨ q Hk. Negasiganda dan De Morgan

≡ [(p∨¬p)∧(¬q∨¬p)] ∨ q Hk. Distributif

≡ [1∧(¬p∨¬q)] ∨ q Hk. Idempoten dan komutatif

≡ (¬p∨¬q)∨q Hk. Identitas

≡¬p∨(¬q∨q) Hk. Assosiatif

≡¬p∨1 ` Hk. Idempoten

≡ 1 Hk. Identitas

Karena hasil akhirnya 1, maka ekspresi logika di atas adalah tautologi.

Contoh 2:

(p∨q) ∧ [(¬p) ∧ (¬q)]

≡ (p∨q)∧(¬p∧¬q)

≡ [(p∨q)∧¬p]∧[(p∨q)∧¬q] Hk. Distributif

≡ [(p∧¬p)∨(q∧¬p)]∧[(p∧¬q)∨(q∧¬q)] Hk. Distributif

≡ [0∨(q∧¬p)]∧[(p∧¬q)∨0] Hk. Negasi

≡ (¬p∧q)∧(p∧¬q) Hk. Idempoten

≡ (¬p∧p)∧(q∧¬q) Hk. Assosiatif

≡ 0∧0 Hk. Negasi

≡ 0 Hk. Idempoten

Hasil akhir 0, maka ekspresi logika di atas adalah kontradiksi.

Contoh 3:

[(p∨q)∧¬p] ⇒¬q

≡ [(p∧¬p)∨(q∧¬p)] ⇒¬q Hk. Distributif

≡ [0 ∨ (q∧¬p)] ⇒¬q Hk. Negasi

≡ (q∧¬p) ⇒¬q Hk. Identitas

≡¬(q∧¬p) ∨¬q ingat p⇒q ≡¬p∨q

≡ (¬q∨p) ∨¬q Hk. De Morgan

≡ (¬q∨¬q)∨p Hk. Assosiatif

≡¬q∨p Hk. Idempoten

Hasilnya bukan 0 atau 1, ekspresi logika di atas adalah contingent

1. ATURAN PENARIKAN KESIMPULAN
2. **MODUS PONEN**

Modus ponen atau penalaran langsung adalh salah satu metode inferensi dimana jika diketahui implikasi ” Bila p maka q ” yang diasumsikan bernilai benar dan antasenden (p) benar. Supaya implikasi p⇒q bernilai benar, maka q juga harus bernilai benar.

Modus Ponen : p⇒q , p ├ q

Atau dapat juga ditulis

p⇒q

p

――――

∴ q

Jika digit terakhir suatu bilangan adalah 0, maka bilangan tersebut habis dibagi 10

Digit terakhir suatu bilangan adalah 0

∴Bilangan tersebut habis dibagi 10

1. **MODUS TOLLENS**

Bentuk modus tollens mirip dengan modus ponen, hanya saja premis kedua dan kesimpulan merupakan kontraposisi premis pertama modus ponen. Hal ini mengingatkan bahwa suatu implikasi selalu ekuivalen dengan kontraposisinya.

Modus Tollens : p⇒q, ¬q ├ ¬p

Ataudapat juga ditulis

p⇒q

¬q

――――

∴¬p

Contoh :

Jikad igit terakhir suatu bilangan adalah 0, maka bilangan tersebut habis dibagi 10

Suatu bilangan tidak habis dibagi 10

∴Digit terakhir bilangan tersebut bukan 0

# Daftar Pustaka

1. Firrar Utdirartatmo, Teori Bahasa dan Otomata, Graha Ilmu, Yogyakarta, Edisi 2, 2005.
2. Jonhson, Ricard, *Discrete Mathematics*. Prentice Hall Int, New Jersey, 2001
3. Sri Kusumadewi, Hari Purnomo, Aplikasi Logika Fuzzy, Graha Ilmu, Yogyakarta, 2004.
4. Klin, George J dan Tina A. Folger, Fuzzy Sets, *Uncertainty and Information*, Prentice Hall Int, New Jersey, 1998.
5. Sumarna, Elektronika Digital, Graha Ilmu, Yogyakarta, 2006.